Teoría geométrica de funciones: el punto de encuentro entre la variable compleja y la geometría

José Manuel Rodríguez-García & Eva Tourís Lojo

• **Objetivos y prerrequisitos**

Los objetivos están situados tanto a nivel de los conocimientos como de los métodos empleados para alcanzarlos.

Desde el punto de vista de los contenidos, se pretende ampliar los conocimientos de los alumnos sobre la teoría de funciones de una variable compleja.

Desde el punto de vista del método, se pretende que los estudiantes conozcan las posibilidades que ofrecen las técnicas que combinan las herramientas de la variable compleja y la geometría diferencial.

Como prerrequisitos, es necesario conocer los contenidos de los cursos básicos de Variable Compleja y Geometría Diferencial. En cualquier caso, en el curso se recordarán brevemente los conceptos de estas asignaturas que sean básicos para un correcto seguimiento del curso.

• **Contenido**

1. Aplicaciones conformes, aplicaciones de Moebius y forma general del lema de Schwarz.

2. Métrica de Poincaré: métrica de Poincaré en el disco unidad, métrica de Poincaré en superficies de Riemann.

3. Aplicaciones: teorema de Liouville, teoremas de Picard, constante de Landau, forma general de los teoremas de Liouville y de Picard en superficies de Riemann, teoremas de extensión analítica.

4. Estimaciones de Beardon y Pommerenke de la métrica de Poincaré de dominios planos. Aplicaciones: teorema de Schottky.

5. Introducción a los espacios hiperbólicos de Gromov: definiciones equivalentes, ejemplos, propiedades, interpretación geométrica, frontera de un espacio hiperbólico.

6. Temas avanzados en espacios hiperbólicos de Gromov: estabilidad geodésica y aplicaciones, caracterización de la hiperbolicidad de superficies de Riemann con la métrica de Poincaré, relaciones entre superficies de Riemann y grafos.

- **Bibliografía básica**

- Krantz, S. G., Complex Analysis: The Geometric Viewpoint. Second Edition, Carus Mathematical Monographs 23, Mathematical Association of America, 2003.
- Anderson, J. W., Hyperbolic Geometry. Springer, London, 1999.
- Beardon, A. F., The geometry of discrete groups. Springer-Verlag, New York, 1983.
- Beardon, A. F., Pommerenke, Ch., The Poincaré metric of a plane domain, Journal London Mathematical Society 18 (1978), 475-483.
- Bonk, M., Quasi-geodesics segments and Gromov hyperbolic spaces, Geometriae Dedicata 62 (1996), 281-298.
- Ghys, E., de la Harpe, P., Sur les Groupes Hyperboliques d'aprs Mikhael Gromov. Progress in Mathematics, Volume 83, Birkhuser, 1990.
- Portilla, A., Rodríguez, J. M., Tourís, E., Gromov hyperbolicity through decomposition of metric spaces II, Journal of Geometric Analysis 14 (2004), 123-149.
- Rodríguez, J. M., Tourís, E., A new characterization of Gromov hyperbolicity for Riemann surfaces, Publicacions Matemàtiques 50 (2006), 249-278.
- Rodríguez, J. M., Tourís, E., Gromov hyperbolicity of Riemann surfaces, Acta Mathematica Sinica 23 (2007), 209-228.